2009학년도 중등교사신규임용후보자선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : (   )   성 명 : (   )

2차 시험	2 교시 (전공)	2문항 50점	시험 시간 120 분

수험생 유의 사항

1. 문제지(초안 작성 용지 포함)와 답안지의 전체 면 수와 인쇄 상태를 확인하시오. **답안지는 문항당 2쪽(교시당 4쪽), 초안 작성 용지는 교시당 4쪽**입니다.

2. 답안지 모든 면의 상단에 **컴퓨터용 사인펜을 사용**하여 성명과 수험 번호를 기재하고, 수험 번호, 문항 번호, 문항별 답안지 쪽 번호를 해당란에 '●'로 표기하시오. '●'로 표기한 부분을 수정하고자 할 경우에는 반드시 수정 테이프를 사용해야 합니다.

3. 답안은 **지워지거나 번지지 않는 동일한 종류의 흑색 필기구(연필이나 사인펜 종류는 사용할 수 없음)를 사용**하여 작성하시오.

4. 답안 좌측 상단의 문항 번호와 답안지 쪽 번호, 과목명을 직접 쓰고 답안을 작성하시오.
   (예시) 국어 과목의 1교시 1번 문항, 2번째 답안지 표기

문항 번호 및 쪽 번호 표기란		
● ② (문항 번호)		① ● ③ (문항 쪽 번호)

(1)번 문항의   (2)번째 답안지   과목명(국 어)

5. 수학과 과학 과목의 답안지는 가운데 선을 그어 좌우의 2단으로 나누어 답안을 작성해도 됩니다.

6. 답안지에는 문항 번호 외에 문항 내용을 일체 옮겨 적지 마시오. 단, 하위 문항이 있을 경우, 하위 문항의 번호(1-1, 1-2 등)를 답안지 앞부분에 한 번 더 쓰고 답안을 작성하시오.

7. 답안은 문항별로 답안지의 새로운 면에 작성(단, 하위 문항은 이어서 작성해도 됨)하고, 해당 문항의 답안 작성이 완료되면 **답안 마지막 문장의 뒤에 반드시 〈끝〉이라고 쓰시오.**

8. 답안 초안 작성은 문제지의 맨 뒷부분에 있는 초안 작성 용지를 활용하시오.

9. 답안 수정 시에는 해당 부분에 두 줄(═)을 긋고 수정 내용을 쓰시오.

10. **다음에 해당하는 답안은 채점하지 않습니다.**
   - 연필로 작성한 부분
   - 수정 테이프나 수정액을 사용하여 수정한 부분
   - 답안란 이외에 작성한 부분
   - 답안란에 개인 정보를 노출한 답안지 전체
   - 답안란에 개인 정보를 암시하는 표시가 있는 답안지 전체

11. 답안지 교체 시 시험 종료 전까지 답안 작성을 완료해야 합니다. 시험 종료 후 답안 작성은 부정행위로 간주됩니다.

12. **작성하지 않은 답안지도 문항별 쪽 번호 순서대로 정리하여 4쪽 모두 제출하시오.**

3. 다음은 곱셈순환군의 생성원(generator)과 소체(prime field) 위의 다항식의 근 사이의 관계에 대한 명제와 한 학생의 증명이다. 다음을 읽고 물음에 답하시오. **[30점]**

< 명 제 >

소수 p와 양의 정수 $n(\geq 2)$에 대하여, F를 소체 $\mathbb{Z}_p = \{0, 1, 2, \cdots, p-1\}$을 포함하고 위수가 p^n인 체라 하고, 곱셈순환군 $F^* = F - \{0\}$의 생성원을 α라고 하자.

소체 $\mathbb{Z}_p$ 위의 n차 다항식 $f(x)$가 α를 근으로 가지면, $f(x)$는 F^*의 생성원 중에서 서로 다른 n개를 근으로 갖는다.

< 민주의 증명 >

F^*는 α에 의하여 생성된 곱셈순환군이므로

$F^* = <\alpha> = \{1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \cdots, \alpha^{p^n-2}\}$, $\alpha^{p^n-1} = 1$

로 나타낼 수 있다.

한편, $\sigma_p : F \to F$, $\sigma_p(x) = x^p$은 환동형사상이고 …… ㉠

모든 $x \in \mathbb{Z}_p$에 대하여 $\sigma_p(x) = x^p = x$ 이므로 모든 $x \in F$에 대하여 $\sigma_p(x) = x$ 이다. …… ㉡

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \in \mathbb{Z}_p[x]$$

로 놓으면, $f(\alpha) = 0$이므로 $f(\alpha^p) = 0$ 이다. …… ㉢

따라서 F^*의 생성원 중에서 서로 다른 n개의 생성원 $\alpha, \alpha^p, \alpha^{p^2}, \cdots, \alpha^{p^{n-1}}$이 $f(x)$의 근이 된다. …… ㉣

3-1. <민주의 증명>의 밑줄 친 부분 ㉠ ~ ㉣에서 옳은 것은 증명하고, 옳지 않은 것은 증명의 흐름에 맞도록 옳게 고친 다음 증명하시오. [20점]

3-2. 윤 교수는 민주와 면담을 하여 <민주의 증명>에서 나타난 오류가 다른 영역의 문제를 풀거나 증명을 할 때에도 반복적으로 나타남을 확인하였다. 그 오류의 원인을 <민주의 증명> 과정과 관련하여 설명하시오. 그리고 같은 원인을 가지는 오류의 사례를 중ㆍ고등학교 수학 학습 수준에서 제시하고, 그 오류를 교정할 수 있는 교수ㆍ학습 방법을 설명하시오. [10점]

4. 다음 (가), (나), (다)를 아래의 <조건>에 따라 각각 증명하고, (가)와 (나)의 의미를 비교하여 설명하시오. 그리고 (다)와 관련된 다음 명제

'실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$에서 정의된 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$가 C^{∞}급 함수이고 유계(bounded)이면 상수함수이다'

가 성립하면 그 이유를 설명하고, 성립하지 않으면 반례를 제시하시오. 【20점】

(가) 실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$의 두 원소 a, b (단, $a<b$)에 대하여, 닫힌 구간 $I=[a,b]$에서 $\mathbb{R}$로의 두 함수 f, g가 연속이고, 모든 $x\in I$에 대하여 $g(x)>0$이라고 하자. 그러면

$$\int_a^b f(x)g(x)\,dx = f(c)\int_a^b g(x)\,dx$$

를 만족하는 $c\in I$가 존재한다.

(나) 복소평면 $\mathbb{C}$에 있는 중심이 z_0이고 반지름이 $r(>0)$인 닫힌 원판 $B=\{z\in\mathbb{C} \mid |z-z_0|\le r\}$에서 정의된 함수 $f:B\to\mathbb{C}$가 해석적(analytic)이면

$f(z_0)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(z_0+re^{i\theta})\,d\theta$이다.

(다) 복소평면 $\mathbb{C}$에서 정의된 함수 $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$가 $\mathbb{C}$에서 해석적이고 유계이면 상수함수이다.

<조 건>

○ (가), (나), (다)를 증명할 때, 각 증명에 다음 중 한 가지 이상을 사용하시오.
- 최대 · 최소의 정리
- 중간값의 정리
- 코시(Cauchy)의 적분 공식

<참 고>

○ 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$가 C^{∞}급 함수라는 것은 모든 자연수 n에 대하여 $\mathbb{R}$에서 n계도함수 $f^{(n)}$이 존재하고 $f^{(n)}$이 연속임을 뜻한다.

수고하셨습니다